

# Voronoi 图在无线传感器网络栅栏覆盖中的应用研究\*

秦宁宁<sup>1</sup>, 盖 祎<sup>2</sup>, 张 林<sup>2</sup>, 蒋敏峰<sup>3</sup>, 徐保国<sup>1</sup>

(1. 江南大学 通信与控制工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 清华大学 电子系, 北京 100084; 3. 无锡微电子科研中心, 江苏 无锡 214035)

**摘要:** Voronoi 是计算几何学中的一个重要图结构, 将其引入到无线传感器网络的覆盖控制中, 特别是栅栏覆盖(barrier coverage)的研究中有着极其重要的指导意义。利用 Voronoi 图的划分, 可快速搜索出传感器网络中的覆盖漏洞, 在仅考虑邻近传感器节点影响的宽松覆盖要求下, 论证出利用该图生成的最小暴露进攻轨迹逼近于理想情况; 但由于 Voronoi 的划分仅仅是一种粗略的轨迹线段的集合, 会造成该方法对网络拓扑情况相当敏感, 这将一定程度上限制其应用范围。

**关键词:** 无线传感器网络; Voronoi 图; 栅栏覆盖; 进攻轨迹

**中图分类号:** TP393.17      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2008)03-0863-03

## Barrier coverage of wireless sensor networks based on Voronoi diagram

QIN Ning-ning<sup>1</sup>, GAI Yi<sup>2</sup>, ZHANG Lin<sup>2</sup>, JIANG Min-feng<sup>3</sup>, XU Bao-guo<sup>1</sup>

(1. School of Communication & Control Engineering, Southern Yangtze University, Jiangsu Wuxi 214122, China; 2. Dept. of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 3. Wuxi Microelectronic Research Institute, Jiangsu Wuxi 214035, China)

**Abstract:** The Voronoi diagram was the one of most fundamentals in computation geometry. The coverage control, especially the barrier coverage, would benefit from this diagram. Using the Voronoi diagram, the coverage holes could be detected in short time. In the loose coverage demand which only includes the influence of two neighbor sensors, the minimal exposure attacking track based on the Voronoi could approach the optimal. But, because this method only built the glancing gather of route segments, it was easily influenced by the topology of the wireless sensor networks, which would not extent the scope of Voronoi application.

**Key words:** wireless sensor networks; Voronoi diagram; barrier coverage; attacking track

在无线传感器网络中, 覆盖问题是衡量网络的 QoS 指标之一<sup>[1]</sup>。其重要分支——栅栏覆盖<sup>[2]</sup>, 从研究覆盖过程中产生的薄弱区域出发, 利用(或弥补)该薄弱区域, 探寻在感应区域里暴露<sup>[3]</sup>程度最小的轨迹, 从而制定出更加合理的节点放置策略。目前, 将计算几何学中的 Voronoi 图应用于传感器网络中新兴的栅栏覆盖控制还是一个崭新的课题。

传统的覆盖控制对布撒方而言, 考察感应区域中的感应盲点和空洞的分布情况。而在栅栏覆盖问题中, 这些感应上的空隙被防守方所利用, 使得目标在移动中被传感器探测到的可能性降到最低。在感应区域中, 布撒传感器的目的是为更准确有效地监测目标。被采集信息的目标则应回避传感器节点的探测, 防止自己被暴露。但是在实际的应用中回避并不是一个有效的方法。一方面目标不可能无限地回避; 另一方面, 在特殊应用中, 目标必须穿过感应区域。例如战场环境中采集敌方布防情况时, 目标必须经过敌方战场回报数据。该轨迹既是目标的安全进攻路线, 也是传感器探测的薄弱地带, 对再次的布撒传感器节点具有指导意义。

本文针对栅栏控制, 将传统策略中的最小暴露轨迹的定性

描述, 改进为更加精准的定量描述。从少量传感器分布的场景出发, 计算出网络中的最小暴露轨迹的数学表达式; 进而推出多个传感器节点作用下目标进攻轨迹与 Voronoi 划分的关系。在此基础上, 严格地将 Voronoi 图区分地应用于栅栏覆盖研究中的不同场景。

### 1 基于 Voronoi 的最小暴露轨迹

#### 1.1 轨迹暴露量的计算

不同的应用场合中, 传感器传感模型有所差异。但是, 感应能力随距离的增长而降低的这一基本特性保持不变<sup>[4]</sup>。传感器节点  $s$  在目标点  $q$  的感应模型定义如下:

$$S(s, q) = \lambda / \text{dis}^k(s, q) \quad (1)$$

其中:  $\text{dis}(s, q) = \sqrt{[s(x) - q(x)]^2 + [s(y) - q(y)]^2}$  是传感器节点  $s$  与  $q$  在二维空间上的欧几里德距离;  $\lambda > 0$  是感应系数;  $k = 1, 2$  是距离影响系数。

设  $S_a$  是参与感应目标  $q$  的传感器的集合, 在时间  $[t_1, t_2]$  内, 目标  $q$  沿轨迹  $p(t) = [x(t), y(t)]$  行进了距离  $L$ , 在该轨迹

**收稿日期:** 2007-01-20; **修回日期:** 2007-07-20      **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(60672107); 国家科技部“863”重大项目计划资助项目(10A3); 国家科技部“863”探索导向性研究计划项目(10Z2)

**作者简介:** 秦宁宁(1980-), 女, 黑龙江虎林人, 博士研究生, 主要研究方向为传感器网络、覆盖控制(ningning801108@163.com); 盖祎(1982-), 女, 黑龙江哈尔滨人, 硕士研究生, 主要研究方向为传感器网络、视频传感器网络; 张林(1975-), 男, 辽宁大连人, 讲师, 博士, 主要研究方向为无线传感器网络数据融合; 蒋敏峰(1980-), 男, 江苏无锡人, 工程师, 主要研究方向为数字芯片; 徐保国(1950-), 男, 江苏淮阴人, 教授, 博导, 主要研究方向为无线通信。

上,  $q$  受传感器  $S_a$  的感应之和, 即是目标  $q$  在轨迹  $p(t)$  上的暴露量。可定义为

$$E[S_a, p(t), t_1, t_2] = \int_{t_1}^{t_2} S[s_i, q(t)] \times |dp(t)/dt| dt \quad (2)$$

其中:  $s_i \in S_a$ 。如  $x(t), y(t)$  在时间  $[t_1, t_2]$  内连续可微, 则存在  $|dp(t)/dt| = \sqrt{[dx(t)/dt]^2 + [dy(t)/dt]^2}$ ; 二维空间内  $p(t)$  轨迹可表示为  $y = y(x), x \in [x(t_1), x(t_2)] = [x_1, x_2]$ , 可将式 (2) 中的定积分形式化为曲线积分, 实现暴露量的计算与时间的解耦:

$$E[p(x), y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} S[s_i, [x, y(x)]] \sqrt{1+y'^2(x)} dx = \int_{x_1}^{x_2} S[s_i, [x, y(x)]] dl \quad (3)$$

### 1.2 最小暴露轨迹

传统的 Worst-coverage<sup>[1,5]</sup> 策略认为: 从感应区域  $\Omega$  中的任意一点到另外一点, 进攻目标  $q$  沿 Voronoi 图的划分线段移动, 得到的轨迹暴露量最小, 如图 1 的粗线所示。所谓 Voronoi 图的划分是指在给定  $\Omega$  内, 随机均匀 (概率上) 布撒  $N$  个传感器, 利用 Voronoi 图可将区域  $\Omega$  划分为  $N$  个子区域 (Voronoi 多边形), 每个子区域内有且仅有一个传感器, 在子区域中的任何点到该区域中的传感器的距离均不大于到其他传感器的距离。其中生成 Voronoi 图的复杂度为  $O[n \lg(n)]$ ,  $n$  为 Voronoi 划分的交点数。利用 worst-coverage 策略中的二分法查找轨迹时复杂度为  $O(n)$ , 如利用常规 Dijkstra 路由算法查找轨迹, 则复杂度为  $O(n^2)$ 。可见, worst-coverage 策略在较好的情况下, 复杂度为  $O[n \log(n)]$ ; 如改用常规的算法则复杂度为  $O[n^2 \log(n)]$ 。

Worst-coverage 策略给出了在计算机上利用 Voronoi 图, 解决无线传感器网络中的栅栏覆盖控制的途径。但是它仅仅是定性地描述感应区域内的暴露程度最小的轨迹, 并没有从定量的角度来证明 Voronoi 图的划分结论。

## 2 少量传感器节点作用下的最小暴露轨迹分析

### 2.1 单个传感器作用

设感应场景为二维空间区域  $\Omega$  内, 有且仅有一个传感器节点  $s$ , 以其为原点建立坐标系。目标点  $q$  的运动轨迹  $L: y = y(x)$ ,  $s$  相距  $y = y(x)$  上任意一点  $q(x, y)$  的距离为  $dis(s, q) = \sqrt{x^2 + y^2(x)}$ 。利用式 (1) 和 (3), 并不失一般性地假设  $\lambda = 1, k = 2$ <sup>[3]</sup>, 则点  $q$  在  $L$  上的暴露量为

$$E(s, L) = \int_{x_1}^{x_2} S(s, (x, y(x))) \sqrt{1+y'^2(x)} dx = \int_{x_1}^{x_2} [1/(x^2 + y^2(x))] dl \quad (4)$$

### 2.2 两个传感器作用

**定理 1** 在两个完全一致的传感器节点作用下的感应区域  $\Omega$  中, 如果源点和目的地均位于两个传感器的中垂线上, 那么目标点  $q$  的最小暴露轨迹就是这条中垂线。

**证明** 设两个传感器节点分别为  $s_1$  和  $s_2$ , 且相距  $2c$ 。以两节点连线及其中垂线为轴线, 交点  $o$  为原点, 建立坐标系, 如图 2 所示。设源点和目的地位于  $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$ , 以此四个点设定感应区域  $\Omega, \Omega = \{(x, y) | x \in [x_1, x_2], y \in [-c, c]\}$ 。在该区域上寻找  $q$  的一条轨迹  $L: y = y(x)$ , 使得  $q$  在此轨迹上

的暴露量最小。

$$\begin{aligned} \min \quad & E = E(\{s_1, s_2\}, L) \\ \text{s. t.} \quad & x \in [x_1, x_2], y \in [-c, c] \end{aligned} \quad (5)$$

其中:

$$E = \int_{x_1}^{x_2} \{1/|x^2 + [y(x) - c]^2| + 1/|x^2 + [y(x) + c]^2|\} \times \sqrt{1+y'^2(x)} dx$$

令:

$$\varphi(x, y(x)) = 1/|x^2 + [y(x) - c]^2| + 1/|x^2 + [y(x) + c]^2|$$

则:

$$E(\{s_1, s_2\}, L) = \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x, y(x)) \times \sqrt{1+y'^2(x)} dx \quad (6)$$

因为  $\varphi(x, y(x)) \geq 0, \sqrt{1+y'^2(x)} \geq 0$ , 所以欲使式 (6) 最小的  $L: y = y(x)$  应满足  $\forall \xi \in (x_1, x_2)$ , 曲线  $y = y(\xi)$  使得下式成立  $(\varphi(x, y(x)) \times \sqrt{1+y'^2(x)})_{\min} = \varphi(\xi, y(\xi)) \times \sqrt{1+y'^2(\xi)}$ 。

反之, 如果对于  $\forall \xi \in (x_1, x_2)$ , 能使得式  $(\varphi(\xi, y(\xi)))_{\min}$  和  $(\sqrt{1+y'^2(\xi)})_{\min}$  同时存在的曲线  $y = y(\xi)$ , 就是本文所要求得的曲线。

因为  $(\sqrt{1+y'^2(x)})_{\min} = 1$ , 解得  $y(x) = K$ 。其中:  $K$  为一实常数。那么对  $\varphi(\xi, y(\xi))$  取导求极值:  $\varphi'(x, y(x)) = [1/|x^2 + [y(x) - c]^2| + 1/|x^2 + [y(x) + c]^2|]' = 0$ , 解之得  $K = 0$ , 即  $y(x) = 0$ 。

可知  $y(x) = 0$  是使得  $(\varphi(\xi, y(\xi)))_{\min}$  和  $(\sqrt{1+y'^2(\xi)})_{\min}$  同时存在的曲线, 该曲线就是  $q$  点暴露量最小的移动轨迹, 也是两传感器节点的中垂线。

### 2.3 仿真验证

仿真平台采用 MATLAB, 场景设置:  $\Omega = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ , 两个传感器节点位于顶端和底端的中心位置, 即  $c = 50 \text{ m}$ ; 源点和目的地位于左端和右端的中心位置, 即  $x_1 = -50 \text{ m}, x_2 = 50 \text{ m}$ 。

利用文献 [3] 提供的 Grid-based 算法, 可以得到理想最小暴露曲线 (optimal track, OT)。Grid-based 是通过对被监控区域的划分, 形成许多短小的备选路径段, 再通过路径搜索从这些备选路径段中搜索路径。该算法是一种全路径搜索的方法, 但是计算的复杂度 Grid-based 算法的复杂度为  $O(|V_c| \cdot l^3)$  (其中  $|V_c| = 2mn^2 + 2mn + n - 1$  为被监控区域的划分交点数)。该算法所涉及的划分参数设定为  $n = 16, m = 4$ 。

图 3 是采用 Grid-based 方法得到的轨迹。可见, 对两个传感器节点作用的情况下, Grid-based 全路径搜索得到的轨迹与定理 1 中的最小暴露量轨迹一致。



## 3 多传感器作用下的最小暴露轨迹在 Voronoi 图中的分析

根据轨迹的暴露量受影响的传感器节点个数的差异, 可将 Voronoi 图划分的轨迹分为不完全影响划分轨迹 (incomplete

impacting track, IIT)和完全影响划分轨迹(complete impacting track, CIT)。

### 3.1 不完全影响下的 Voronoi 图划分轨迹

根据 Voronoi 图的性质可知,Voronoi 边是距离该边最近的两个节点的中垂线段,称这两点是 Voronoi 边的邻近点。在 Voronoi 图划分生成的权重图的过程中,边的权重计算仅考虑 Voronoi 边的邻近传感器节点作用下暴露量,即

$$\text{weight}(e_j) = E(\{s_{j1}, s_{j2}\}, e_j) \quad (7)$$

以此生成的轨迹即是不完全影响下的 Voronoi 图划分轨迹。Worst-coverage 算法是一种不完全影响下的 Voronoi 图划分轨迹的方法。式(7)中  $e_j \in E, G = (E, V)$ , 节点  $\{s_{j1}, s_{j2}\}$  是边  $e_j$  的邻近点。

多次随机仿真发现 Voronoi 子区域内最小暴露轨迹表现出与定理 1 一致的特点,可得到结论 1。

**结论 1** 在进攻目标只考虑两个邻近传感器节点的影响时,其最小暴露轨迹会向着这两个传感器节点的中垂线段靠拢(图 4(a))。在每个 Voronoi 子区域内的轨迹,则表现为向着子区域边缘靠拢的趋势(图 4(b))。

不完全影响下 Voronoi 划分轨迹,虽然仅仅考虑 Voronoi 边的邻近点影响效果,但在 Voronoi 子区域内,或者在传感器节点分布均匀的情况下,该轨迹和 Grid-based 算法得到理想轨迹较为近似。但在传感器节点分布相对不均匀的场景下,或非同一子区域内的情况下,这种只考虑两个邻近节点作用下的最小暴露轨迹显然准确程度较低。

### 3.2 完全影响下的 Voronoi 图划分轨迹

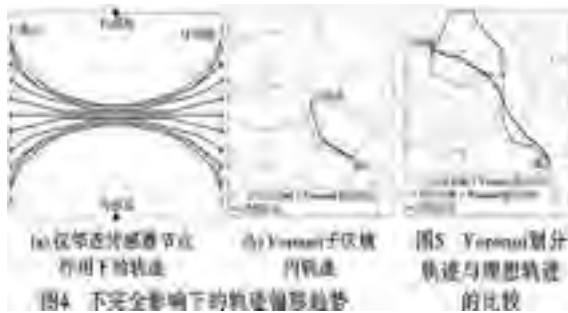
完善不完全影响下 Voronoi 的权重图的生成方式,使其每一条边的权重计算包含监测区域内所有传感器节点的影响。在新的权重图中,利用现有的路径算法即可生成相应的轨迹。

$$\text{weight}(e_j) = E(S, e_j) \quad (8)$$

其中: $e_j \in E, G = (E, V), S$  是所有传感器节点的集合。

### 3.3 仿真分析

图 5 是在 40 个传感器节点分布相对不均匀的场景下,完全、不完全影响 Voronoi 图划分和理想算法下的三条轨迹(即 IIT、CIT、OT)。



其中仿真相关参数与 2.3 节相同。

比较三条轨迹在完全影响和不完全影响下的暴露量,如表 1 所示。本例中,不完全影响下 Voronoi 划分轨迹 IIT 的生成过程中仅考虑 Voronoi 边的两个邻近点的影响,但由于在感应区域中传感器节点拓扑分布呈现出“/”对角方向密集的分

布均匀现象,使得该轨迹受到其他节点的影响并没有小到可以忽略程度。正如表 1 所示,IIT 实际上受所有传感器节点影响下的暴露量  $E(S, IIT)$  和 CIT 受所有传感器影响下的暴露量  $E(S, CIT)$  相比,其实更大。

综上所述,在应用中,对轨迹暴露量的限制并不苛刻时,在节点均匀分布的传感器网络中,仅考虑邻近点影响的不完全影响下的 Voronoi 的划分轨迹方法,可以近似地替代计算量庞大的理想轨迹算法。如果放松计算量的约束,完全影响下的 Voronoi 的划分轨迹方法相对于不完全影响下的 Voronoi 的划分轨迹方法可以进一步提高和理想轨迹的逼近程度,且对节点的分布的敏感性降低。

表 1 轨迹暴露量分析

$(S_a, \text{Track})$	$(S, \text{IIT})$	$(S, \text{CIT})$	$(\{s_1, s_2\}, \text{IIT})$	OT
$E(S_a, \text{Track})$	23.707 6	22.828	6.627	20.710 7
Error/%	14.5	10.02	68	0

注: $(S_a, \text{Track})$  为目标在轨迹 Track 受传感器集合  $S_a$  的影响; $S$  为区域内所有传感器节点;  $\text{Error} = (E(S_a, \text{Track}) - E(\text{OT})) / E(\text{OT}) \times 100\%$ 。

## 4 结束语

本文从定量的角度论证了 Voronoi 图的划分与最小暴露轨迹的关系,并根据影响轨迹的传感器节点数目的差异,对传感器网络中的不完全影响划分轨迹(IIT)和完全影响划分轨迹(CIT)对拓扑的敏感性、轨迹的准确性进行了分析。

这种将计算几何中的 Voronoi 划分应用于传感器网络的栅栏覆盖控制中的方法,为利用计算机寻求传感器网络中的最小暴露轨迹提供了一个快速、有效的途径。利用该划分生成的最小暴露轨迹,就是传感器网络中的覆盖漏洞区域,该轨迹信息对传感器网络的二次布撒具有有益的指导作用。但另一方面,必须看到 Voronoi 的划分必须依赖于对传感器网络全局拓扑信息的获取,这将限制其应用的可操作性,这也是未来研究中所要克服的困难所在。

### 参考文献:

- [1] MEGUERDICHIAN S, KOU SHANFAR F, POTKONJAK M, et al. Worst and best-case coverage in sensor networks[J]. IEEE Trans on Mobile Computing, 2005, 4(1): 84-92.
- [2] 任彦,张思东,张宏科. 无线传感器网络中覆盖控制理论与算法[J]. 软件学报, 2006, 17(3): 422-433.
- [3] MEGUERDICHIAN S, KOU SHANFAR F, QU G, et al. Exposure in wireless Ad hoc sensor networks[C]//Proc of ACM International Conference on Mobile Computing and Networking (MobiCom). Rome, Italy: [s. n.], 2001: 139-150.
- [4] ADLAKHA S, SRIVASTAVA M. Critical density thresholds for coverage in wireless sensor networks[C]//Proc of IEEE WCNC. 2003: 16-20, 1615-1620.
- [5] VELTRI G, HUANG Q, QU G, et al. Minimal and maximal exposure path algorithms for wireless embedded sensor networks[C]//Proc of ACM Int'l SENSYS. LA, Calif: [s. n.], 2003: 40-50.